



РІВНОБЕДРЕНІ ТРИКУТНИКИ НАЙМЕНШОЇ ПЛОЩІ ТА ПЕРИМЕТРУ, ОПИСАНІ НАВКОЛО КРИВОЛІНІЙНИХ СЕРПОПОДІБНИХ ДВОКУТНИКІВ

Рудик Євгенія Анастасія Олександрівна,

Київський національний університет ім. Т.Шевченка, м. Київ

Науковий керівник: Єфімова Тетяна Леонідівна, керівник секції математичного моделювання

КПНЗ “Київська Мала академія наук учнівської молоді”

АКТУАЛЬНІСТЬ

Многокутники з прямолінійними сторонами досліджуються упродовж тисячоріч, при цьому многокутники з криволінійними сторонами вивчені мало. Оскільки многокутники різних типів широко використовуються як форми перерізів елементів конструкцій у будівництві, в машинобудуванні і інших областях техніки, то дослідження їх властивостей є **актуальним**.

МЕТА

Метою проєкту є дослідження рівнобедрених трикутників найменшої площі та периметру, описаних навколо криволінійних серпоподібних двокутників.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ДОСЯГНЕННЯ МЕТИ

- Дослідити умови, за яких рівнобедрений трикутник, описаний навколо серпоподібного двокутника, є єдиним;
- дослідити можливість описання навколо даного серпоподібного двокутника;
- довільного рівнобедреного трикутника;
- дослідити рівнобедрені трикутники найменшої площі та периметру, описані навколо криволінійних двокутників.

ОБ'ЄКТ ДОСЛІДЖЕННЯ – властивості многокутників.

ПРЕДМЕТ ДОСЛІДЖЕННЯ – властивості криволінійних рівнорадіусних серпоподібних двокутників.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ

- Застосування методів математичного аналізу знаходження екстремумів функцій.
- Застосування рівнянь кривих четвертого та шостого порядку у узагальненій полярній системі координат.
- Чисельний експеримент.

НЕОБХІДНІ ОЗНАЧЕННЯ

Означення 1:

Будемо називати двокутник, утворений дугами двох кіл, що перетинаються **серпоподібним**, якщо одна з утворюючих многокутник дуг лежить всередині іншого кола, а друга дуга лежить зовні іншого кола.

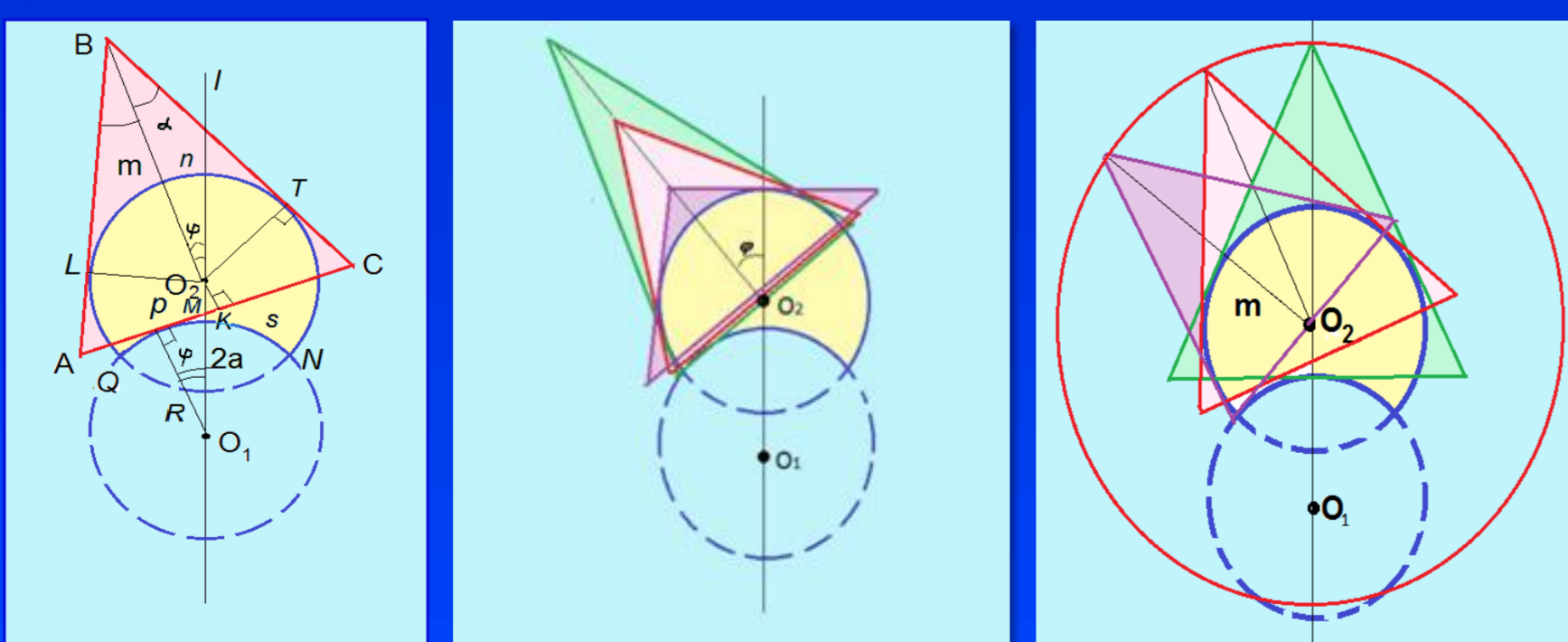


Рис.1. Рівнобедрені трикутники, описані навколо серпоподібного двокутника

Параметри двокутника: R - радіус утворюючих кіл; $2a$ – відстань між їх центрами.

Параметри конфігурації: ϕ – кут між висотою BK рівнобедреного трикутника та віссю симетрії двокутника; m - відстань від центра O_2 до вершини B .

Означення 2: Будемо називати **показником описання** криволінійного двокутника у трикутник з прямолінійними сторонами кількість точок дотику сторін двокутника до сторін трикутника.

Означення 3: Будемо називати криволінійний двокутник **двокутником умовно великої товщини** за умови

$$2R > 2a > R > 0$$

РІВНОБЕДРЕНІ ТРИКУТНИКИ НАЙМЕНШОЇ ПЛОЩІ

Теорема 1. При зміні кута на проміжку $0 \leq \phi < \arccos(a/R)$ вершини рівнобедрених трикутників найменшої площі, описаних навколо криволінійних рівнорадіусних серпоподібних двокутників, розміщені на **овалі Декарта**

$$m^2 + m(R + 2a \cos \phi) - 2R^2 = 0$$

який міститься зовні внутрішньої петлі базового **равлика Паскаля** з вузловою точкою у центрі кола, до якого дотикаються дві бічні сторони рівнобедреного трикутника.

$$S(m) = 0,5 AB^2 \sin 2\alpha = (m + 2a \cos \phi - R)^2 R (m^2 - R^2)^{-1/2}$$

$$dS/dm = (m + 2a \cos \phi - R) R (m^2 + m(R - 2a \cos \phi) - 2R^2) (m^2 - R^2)^{-3/2}$$

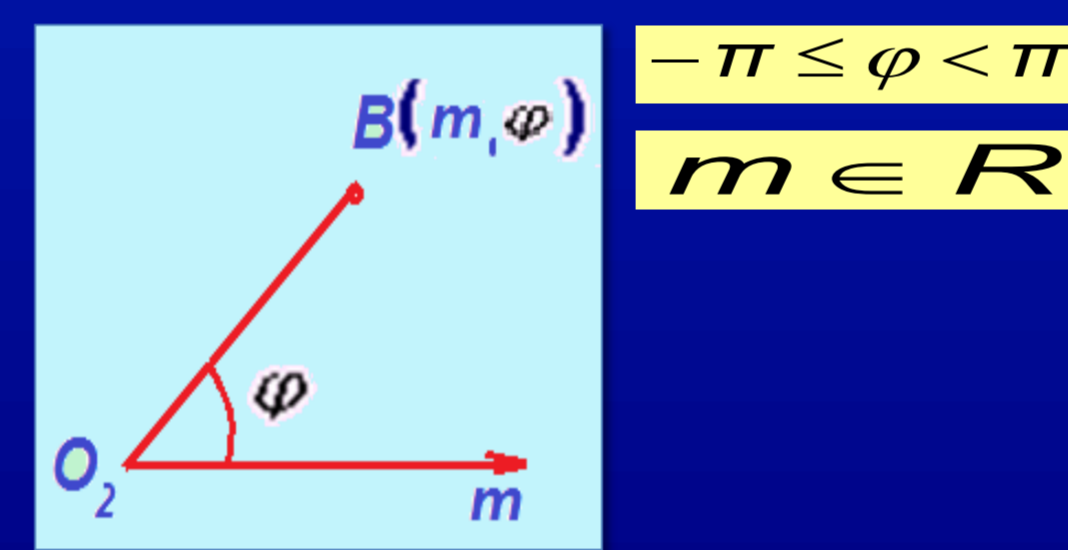


Рис.2. Узагальнена полярна система координат

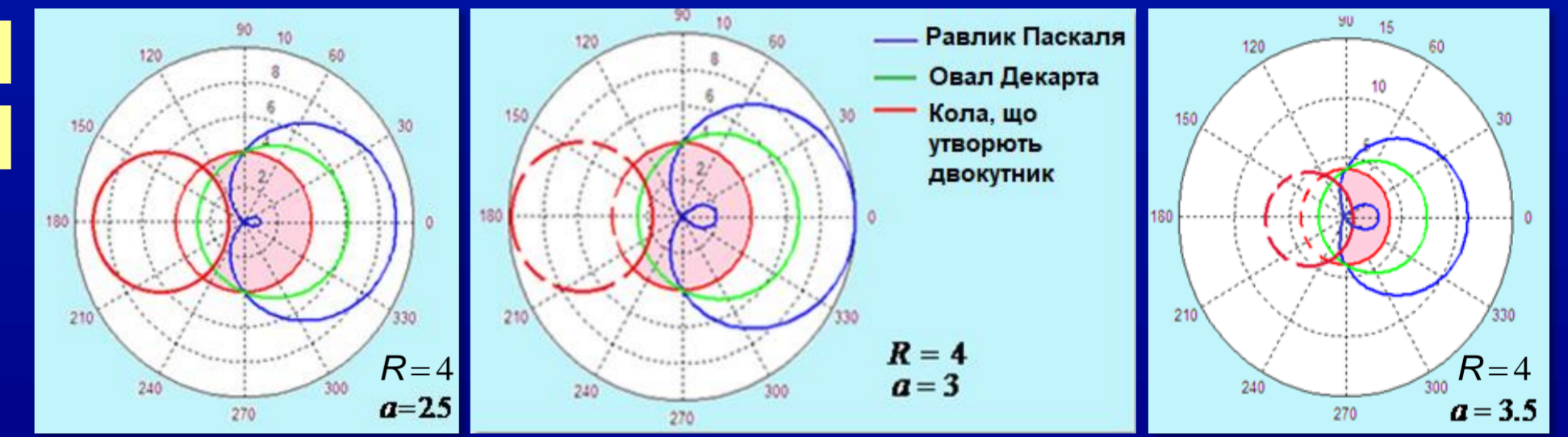


Рис.3. Базові равлики Паскаля, овали Декарта та кола, які утворюють двокутник, для різних значень відстані між центрами утворюючих кіл.

РІВНОБЕДРЕНІ ТРИКУТНИКИ НАЙМЕНШОГО ПЕРИМЕТРУ

Теорема 2. При зміні кута при вершині трикутника на проміжку $0 \leq \phi < \arccos(a/R)$, вершини рівнобедрених трикутників найменшого периметру, описаного навколо серпоподібного двокутника лежать на **кривій шостого порядку**

$$m^2 - Rm - 2aR \cos \phi = 0$$

$$P(m) = 2(m + 2a \cos \phi - R) \times m(m^2 - R^2)^{-1/2} (1 + R/m)$$

$$P'(m) = 2(m^2 - Rm - 2aR \cos \phi) \times (m + R)^{-1/2} (m - R)^{-3/2}$$

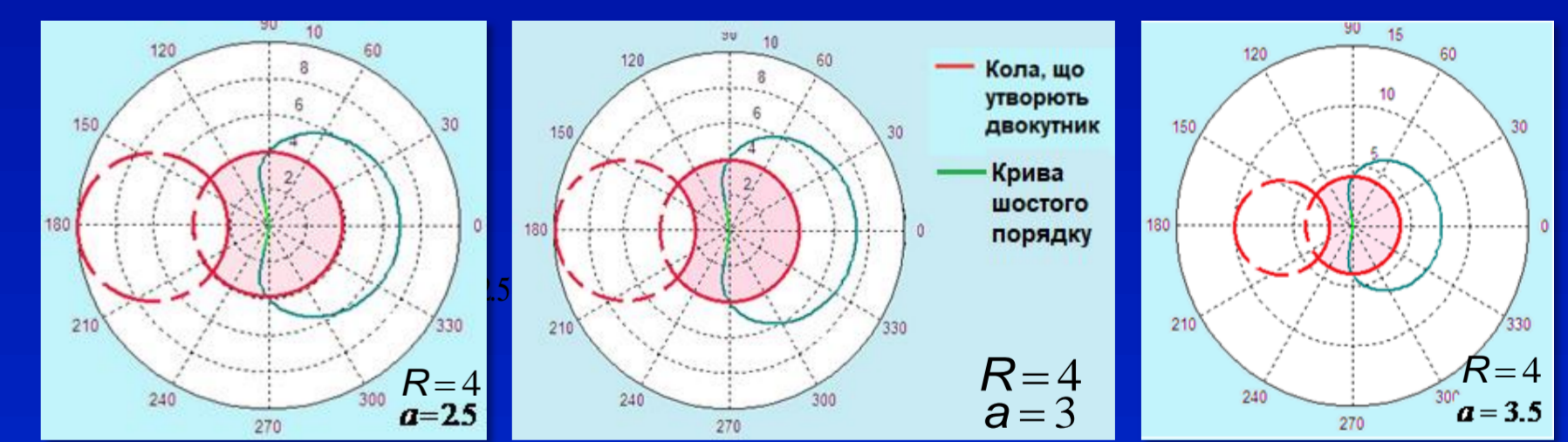


Рис.4. Криві шостого порядку та кола, що утворюють двокутник, для різних значень відстані між центрами утворюючих кіл.

ВИСНОВКИ

- У проєкті розглянуто рівнобедрені трикутники, описані навколо серпоподібного рівнорадіусного двокутника умовно великої товщини з максимальним значенням показника вписання, що дорівнює трьом.
- Сформульовано ряд тверджень щодо рівнобедрених трикутників найменшої площі та периметру, описаних навколо криволінійного рівнорадіусного серпоподібного двокутника.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Рудик Є.А.О. Рівнобедрені трикутники, описані навколо криволінійних рівнорадіусних серпоподібних двокутників // Матеріали XVI Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Шевченківська весна – 2018», квітень 2018 року, Київ, Україна. – С.21 – 22.
- Рудик Є.А.О. Рівнобедрені трикутники найменшої площі та периметру, описані навколо криволінійних рівнорадіусних серпоподібних двокутників // Матеріали XVII Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Шевченківська весна – 2019», квітень 2019 року, Київ, Україна. – С.15 – 16.