

Критерії перевірки задач I етапу

8 клас

Задача 8.1

0 б. – неправильна відповідь

1 б. – відразу зазначено, що $a = 6$, $b = 25$, без обґрунтування, що інших немає, або з неправильним обґрунтуванням.

1 б. - якщо серед наведених відповідей є правильна і є міркування пов'язані з подільністю

4 б. - якщо зроблено висновок, що a ділиться націло на 6 на тій підставі, що 25 не ділиться націло на 6 , а не тому, що 25 і 6 взаємно прості.

6 б. - правильно знайдані a та b з належним обґрунтуванням, але замість $a+b$ знайдено $25a + 6b$.

6 б. - правильний хід міркувань, але на останньому етапі зроблено арифметичну помилку.

7 б. – правильний розв'язок з коректним поясненням.

Задача 8.2

0 б. – відсутній або неправильний розв'язок

Спосіб 1:

+3 б. - доведено, що трикутник ABM є рівнобедреним з основою AM ;

+4 б. - було вказано, що кут MBC рівний 30 градусів з доведенням. І отримана правильна відповідь.

Або:

+3 б. - доведено, що трикутник ABM є рівнобедреним з основою AM

+ 1 б. - було вказано, що кут MBC рівний 30 градусів, але це не було чітко доведено і не отримано правильної відповіді.

Або:

- +3 б.** - доведено, що трикутник АВМ є рівнобедреним з основою АМ
- + 2 б.** - було вказано, що кут МВС рівний 30 градусів, але була отримана правильна відповідь.

Спосіб 2:

- +3 б.** - доведено, що трикутник АВМ є рівнобедреним з основою АМ;
- +3 б.** - доведено, що АВМ є рівнобедреним з основою АВ;
- +1 б.** - надана правильна відповідь.

У випадку, коли у роботі було доведено, що трикутник АВМ є рівнобедреним з основою АМ або що АВМ є рівнобедреним з основою АВ, і не зроблено висновок, що АВМ є рівностороннім, а лише вказано, що градусна міра кута АВМ рівна 60, то нараховується 3 бали. У випадку коли було вказано, що АВМ є рівностороннім, то нараховується 4 бали.

- 1 б.** - вказана правильна відповідь без обґрунтувань
- 1 б.** - доведення того, що АВМ є рівнобедреним з основою АВ недостатньо детальне.
- 1 б.** - при доведенні були допущені неточності.

Задача 8.3

0 б. – неправильна відповідь без пояснень

+1 б. – правильна відповідь

- +6 б. – повний правильний розв'язок

АБО:

- +1 б. – тільки приклад без конструктивних пояснень
 - +1 б. – присутні елементи обґрунтування побудови потрібного квадрату 3x3, але не доведені до логічного завершення

АБО:

- +3 б. – перебір реалізовано строго, за винятком обґрунтування позиції однієї з цифр, яка розміщена на в куті

АБО:

- +2 б. – Записані усі необхідні рівняння, але вони розв'язані неправильно

Задача 8.4

0 б. Неправильна відповідь

0 б. Правильна відповідь без обґрунтування

0 б. Умова перевірена для конкретних a , b , c

0 б. Розглянуто випадок, коли a, b, c діляться на 19

2 б. Наведені початкові міркування про лінійну комбінацію виразів $4a+5b-3c$ та $6a-2b+5c$, міркування після яких неправильні

5 б. Розв'язання зведено до рівності вигляду $6a-2b+5c=19n/d$, де d не ділиться на 19, але не пояснено, як звідси випливає, що $6a-2b+5c$ ділиться на 19

6 б. Показано, що певна лінійна комбінація виразів $4a+5b-3c$ та $6a-2b+5c$ ділиться на 19, але чому звідси випливає, що $6a-2b+5c$ ділиться на 19, не пояснено

7 б. правильний розв'язок з коректним поясненням.

Задача 8.5

0 б. – не побудовано квадрата, що задовольняє умову задачі; не доведено, що сума завжди рівна 900

2 б. – побудовано квадрат, що задовольняє умову задачі; виконано підрахунок суми в цьому частинному випадку

7 б. – доведено, що для всіх можливих квадратів, що задовольняють умову, сума рівна 900

9 клас

Задача 9.1

- 0 б. — неправильна відповідь без пояснень
- 1 б. - правильна відповідь без пояснень
- 4 б. - задачу зведено до перебору по q , де q закінчується цифрою 2, але правильну відповідь не отримано АБО отримано, що q - парне число без правильної подальшої відповіді
- 6 б. - отримано правильну відповідь з поясненням, але не зазначено, що p і q - прості числа
- 7 б. — правильний розв'язок з коректним поясненням.

Задача 9.2

- 0 б. — відсутність просувань; некоректний малюнок; малюнок без пояснень; розв'язок через точку N як середину сторони; розв'язок через необгрунтоване припущення що $AN=ND$.
- 2 б. — доведення що $KB=1/2 BN$ без подальших коректних просувань; побудова паралельного AC відрізка через точку N або паралельного BC відрізка через точку D без подальших просувань та коректних обґрунтувань.
- 4 б. — вираження AD або KD через сторони трикутників ABC та KBN ; доведення що в утвореному побудовою через N трикутнику NK є висотою та медіаною; доведення що побудова через D та прямі NK і AC перетинаються в одній точці;
- 7 б. — правильний розв'язок з коректним поясненням.

Задача 9.3

- 0 б. — припущення про необхідність доведення від супротивного без подальшого просування або із некоректними логічними переходами у подальшому розв'язанні

- 0 б. – розгляд випадків із конкретними значеннями параметрів a, b, c, d
- 1 б. – доведення того, що сума трьох початкових рівнянь має корені, без подальшого просування
- 1 б. – розв’язання неповне, але містить незначні просування у правильному напрямку або суттєві просування без ключових пояснень логічних переходів (сформульованих припущень та висновків)
- 5 б. – за логічно коректне розв’язання із відсутнім обґрунтуванням нерівності типу $(d+2)^2 > 4$
- 5 б. – за доведення необхідного факту за допомогою строгого впорядкування коефіцієнтів без розгляду можливої рівності певних із них
- 6 б. – розв’язання логічно коректне, але містить технічні описки
- 7 б. – цілком повне і коректне розв’язання

Задача 9.4

- 0 б. – розв’язок відсутній, немає суттєвих просувань
- +0 б. – правильно розкладено різницю кубів $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$
- +0 б. – підстановка конкретних значень x та y
- 1 б. – доведено, що якщо такі x та y існують, то одне і тільки одне з чисел $(x - y)$ та $(x^2 + xy + y^2)$ має ділитися на 3
- 7 б. – правильний розв’язок з коректним поясненням.
- 2 б. – відсутнє доведення того, що $x^3 - y^3$ при діленні на 9 дає остачі 0, 1, 2, 7 або 8

-2 б. – відсутнє доведення того, що $x^3 - y^3$ при діленні на 7 дає остачі 0, 1, 2, 5 або 6

-2 б. – при розгляді подільності на 3 розглянуто тільки один з випадків: $(x - y)$ ділиться на 3, $(x^2 + xy + y^2)$ ділиться на 3

-1 б. – у правильному розв'язанні не зроблено висновку, що таких x та y не існує

Задача 9.5

0 б. - розглянуто лише часткові випадки; розв'язано іншу задачу (учасник враховує не лише головні діагоналі); стверджується, що достатньо мати найбільше число на головній діагоналі, для того щоб сума на ній була додатною; застосування міркувань про ймовірність/оптимальність побудови/конструкції без достатнього обґрунтування; розгляд конструкції з лише одним додатним числом; наведено міркування про розташування найбільших можливих чисел на діагоналі без конкретних кроків або доведень цієї ідеї; вказано кількість перестановок стовпців без розвитку ідеї підрахунку варіантів діагоналей; учасник вважає що, у всій таблиці записане одне і те саме число; стверджується, що у таблиці більше додатних чисел, ніж від'ємних; сказано, що сума елементів по головній діагоналі рівна $n!$

1 б. - в розв'язку присутні міркування про виділення деякої конкретної групи чисел розміру n , що в сумі є додатною і перетворення її в діагональ, при чому додатність суми цих чисел недостатньо доведена (але спроба довести цей факт присутня, і може бути завершена до повного розв'язку), але ця група чисел не може бути перетворена на діагональ діями з умови

2 б. - в розв'язку присутні міркування про виділення деякої конкретної групи чисел розміру n , що в сумі є додатною і

перетворення її в діагональ, при чому додатність суми цих чисел доведена, але ця група чисел не може бути перетворена на діагональ діями з умови

3 б. - наведено алгоритм побудови набору клітинок, що можна перетворити в діагональ, на основі послідовного вибору найбільшого числа в таблиці, що залишається після вилучення рядка і стовпця в якому знаходиться попереднє найбільше число, але роботу алгоритму не доведено;

4 б. - наведено повний кістяк доведення задачі через суму діагоналей у всіх можливих перестановках таблиці, але доведення пропускає всі логічні переходи між фактами доведення (чому кількість перестановок така, яка наведена, чому додатня діагональ існує, тощо)

5 б. - наведено ідею розбиття клітинок, яка застосована до часткового випадку, та ця ідея може бути розширена до загального без побудови або зміни ідеї, але учасник у роботі цю ідею не розширює. Або наведений алгоритм побудови діагоналі з додатною сумою клітинок, і наявне обґрунтування роботи цього алгоритму, яке наведене з суттєвими помилками або неточностями

6 б. - повний розв'язок з незначними логічними помилками

7 б. - наведено правильний розв'язок

10 клас

Задача 10.1

0 б. - відсутня відповідь, відсутні просування в розв'язку.

1 б. — Наведено правильну відповідь без ґрунтовних пояснень.

+2 б. — Стверджується, що мінімальне значення x буде, коли продано максимум дорогих квитків (можливо неявно).

+4 б. — Зроблено перебір (обґрунтований) і знайдено правильну відповідь.

+1 б. — Показано, що кращих варіантів немає

-1 б. — Неточності, арифметичні помилки і т.д.

7 б. — Повністю правильний розв'язок

Задача 10.2

0 б. — Умова, ідея вертикальних кутів, подібні трикутники, $a=p$, $c=r$.

1 б. — За властивістю медіани впливає рівновеликість трикутників.

3 б. - Якщо дві основні рівності вказані, але не доведені.

5 б. - Є доведення того, що $a+d=p+q$ і $c+d=q+r$

6 б. - Правильний розв'язок з невеликими неточностями

7 б. — правильний розв'язок з коректним поясненням.

Задача 10.3

0 б. — Наведено неправильну відповідь (додаткові пояснення не враховуються)

1 б. — Правильна відповідь.

2 б. - Правильна відповідь та неповний перебір.

Перша схема:

3б. - Правильна відповідь, 111 розкладено на добуток 3 і 37, вказано (без доведення), що єдиними кандидатами на НСД є 1, 3, 37, 111.

+2б. - Доведено, що інших кандидатів бути не може.

+2б. - Доведено, з-поміж кандидатів найбільшим, який підходить є 3.

Друга схема:

3б. - Правильна відповідь, обґрунтовано обмеження: $\text{НСД} \leq 15$

+2б. - Доведено, що жодне число окрім 3 (відмінне від 1) не може бути відповіддю.

+2б. - Наведено приклад для $\text{НСД}=3$

7 б. — правильний розв'язок з коректним поясненням.

Задача 10.4

- 2 бали — немає перевірки розв'язку з функціонального рівняння.
- 4 . — вгаданий розв'язок функціонального рівняння, але не показано, що інших немає.
- 1 б. — арифметична помилка, неправильна відповідь.
- 2 б. — відсутність належних логічних кроків.
- 1 б. — згадано потрібність перевірки, але вона не зроблена.
- 1 б. — знайдено розв'язок.
- 7 б. — правильний розв'язок з коректним поясненням.

Задача 10.5

- 1 бал — Вгадана відповідь
- 2 бали — Вказано алгоритм знаходження головної і бічної діагоналей (рядків і стовпчиків)
- 2 бали — Точне виведення формул для 1 та 2 рядків і стовпчиків + відповідь
- +2 бали - вказані формули для обчислення елементів матриці (спеціальних властивостей матриці) з доведеннями
- +2 бали - коректно використано алгоритм для обчислення нижнього правого елемента матриці
- 1 бал — Неправильна відповідь, неповні доведення деяких кроків
- 7 б. — правильний розв'язок з коректним поясненням.

11 клас

Задача 11.1

- 0 б. — відповіді вгадані методом підбору чи підстановки без належного обґрунтування; всі подальші отримані проміжні результати (що можуть співпадати з авторськими), що посиляються на підстановку не підпадають під наступні критерії;

- 1 б. – незначна арифметична помилка (якщо вона не перекреслює весь подальший хід розв'язання);

- 1 б. – Підставлено $x_{1,2} = 0$, що є некоректним розв'язком рівняння і дає неправильні c ;

+ 0 б. – записаний дискримінант;

Перша схема (через дискримінант):

+1 б. – Правильно знайдено корені $x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4-3c}}{9}$;

+1 б. – Розглянуте рівняння $x_1 = x_2^2$, тобто $\frac{2+\sqrt{4-3c}}{9} = \left(\frac{2-\sqrt{4-3c}}{9}\right)^2$;

+2 б. – Розв'язане рівняння $\frac{2+\sqrt{4-3c}}{9} = \left(\frac{2-\sqrt{4-3c}}{9}\right)^2$, знайдене $c = -64$;

-1 б. – Не вказано, що розв'язок $c = 1$ не підходить через ОДЗ;

+1 б. – Розглянуте рівняння $x_2 = x_1^2$, тобто $\frac{2-\sqrt{4-3c}}{9} = \left(\frac{2+\sqrt{4-3c}}{9}\right)^2$;

+2 б. – Розв'язане рівняння $\frac{2-\sqrt{4-3c}}{9} = \left(\frac{2+\sqrt{4-3c}}{9}\right)^2$, знайдене $c = 1$;

-1 б. – Не вказано, що розв'язок $c = -64$ не підходить через ОДЗ;

Друга схема (через теорему Вієта):

Нехай a та a^2 – корені рівняння.

+1 б. – Правильно записано суму коренів $a + a^2 = \frac{12}{27}$;

+1 б. – Правильно записано добуток коренів $a \cdot a^2 = \frac{c}{27}$;

+1 б. – З першої рівності отримано рівняння $9a^2 + 9a - 4 = 0$;

+1 б. – Знайдено $a = \frac{1}{3}$;

+1 б. – Знайдено $a = -\frac{4}{3}$;

+1 б. – З добутку коренів отримано $c = 27a^2 = 1$ при $a = \frac{1}{3}$;

+1 б. – З добутку коренів отримано $c = 27a^2 = -64$ при $a = -\frac{4}{3}$;

7 б. – правильний розв'язок з коректним поясненням.

Задача 11.2

0 б. – неправильна відповідь, відсутність прикладу, відсутність просувань;

+1 б. – пораховано внутрішній кут п'ятикутника 108° ;

+1 б. – пораховано внутрішній кут дев'ятикутника 140° ;

+1 б. – пораховано різницю кутів, $\angle MAB = 32^\circ$;

+2 б. – вказано що трикутник MBA - рівнобедрений;

+1 б. – пораховано $\angle MBA = 74^\circ$;

+1 б. – пораховано відповідь $\angle MBC = 178^\circ$;

Наступні критерії не сумуються з попередніми:

2 б. – кути багатокутників пораховані за неправильною формулою, однак наявні правильні міркування усіх наступних кроків;

4 б. – правильний розв'язок, однак допущена арифметична помилка при обчисленні одного з внутрішніх кутів багатокутників;

6 б. – правильний розв'язок, однак допущена арифметична помилка в останньому кроці розрахунків.

7 б. – повністю правильний розв'язок з коректним поясненням.

Задача 11.3

0 б. – неправильна відповідь, відсутність прикладу, відсутність просувань;

+1 б. – правильна відповідь;

+2 б. – приклад, що задовольняє умову;

+1 б. – вказана і використана ознака подільності на 9;

+1 б. – доведено, що остання цифра - це 0 (через ознаки подільності на 5 і на 8);

+2 б. – доведено, що сума цифр числа не перевищує 36 завдяки попереднім двум пунктам;

7 б. – правильний розв'язок з коректним поясненням (цей критерій не сумується з попередніми).

Задача 11.4

- 1 б. – За арифметичні неточності або не враховане число 1000.
- 2 б. – Неточності при обчисленні одного з принципових чисел – кількість чисел, що містить 1, кількість чисел, що містять цифру 2.
- 0 балів. Неправильні підрахунки принципових чисел, логічні помилки, вгадана нізвідки відповідь.
- +1 б. – Правильне підрахування одного, двох чи усіх трьох принципових чисел.
- +1 б. – Наведені формули для обчислення шуканого числа.
- 7 б. – правильний розв'язок з коректним поясненням.

Задача 11.5

Введемо позначення які будуть використовуватись в критеріях. Нехай $R_1 < R_2$. Нехай T_1, T_2 – точки дотику спільної дотичної до кіл з центрами K_1, K_2 відповідно. L - основа перпендикуляра з точки A на дотичну. H – основа перпендикуляра з точки K_1 на T_2K_2 . M – середина K_1K_2 . E -- середина T_1T_2 . Наступні схеми не сумуються між собою.

0 б. – немає суттєвих просувань; доведено задачу для випадку коли дотична ε паралельна лінії центрів K_1K_2 ; розглянуто внутрішню спільну дотичну замість зовнішньої.

Перша схема

- +1 б. – Доведено що прямі K_1T_1, K_2T_2 перпендикулярні дотичній ε ТА відмічено точку H ТА Доведено що $AM = \frac{R_2 - R_1}{2}, HK_2 = R_2 - R_1$.
- +5 б. – Доведена подібність трикутників $\triangle K_1K_2H \sim \triangle BAM$.
- +1 б. – Зроблено висновок з подібності $\frac{1}{2} = \frac{AM}{HK_2} = \frac{AB}{K_1K_2}$.

Друга схема

+1 б. – Доведено що прямі K_1T_1, K_2T_2 перпендикулярні дотичній ε ТА відмічено точку E та сформульовано що E – середина T_1T_2 та $ME \perp T_1T_2$.

+3 б. – Доведено, що $\angle K_1EK_2 = 90^\circ$.

+2 б. – Доведено, що $AEMB$ – паралелограм.

+1 б. – 3 попередніх тверджень доведено, необхідна рівність сторін виконується, (наприклад: $AB = EM = K_1M = MK_2$).

-1 б. – помилка, яка не складно усувається: простий логічний перехід, помилка при обрахунку кутів, тощо.

7 б. – правильний розв'язок з коректним поясненням.