

Критерії перевірки задач I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

6 клас

Задача 6 - 1

Важливо: арифметичні помилки не впливали на кількість балів. Бал знімався лише за помилку у логіці обчислень.

0 балів — розв'язання немає, або зовсім відсутні корисні просування.

1 бал — правильні або неправильні ідеї, пов'язані із періодичним повторенням маленьких

квадратиків або їх масштабуванням і тд. Наприклад, роботи, які підпадали під цей критерій

могли містити такі ідеї:

«У квадратику 10×10 зустрічається або 12, або 13 сірих клітинок і, отже, в 100×100 клітинок

1200 або 1300» та схожі (звісно це неправильно, але в 1 бал оцінювалось як спроба втілити

цікаву ідею).

1 бал — правильна відповідь (1250), але міркування, які привели до цієї відповіді є неправильними.

2 бали — правильний розрахунок кількості сірих клітинок в якомусь маленькому квадратику і при цьому цей розрахунок правильний для всіх таких квадратиків всередині дошки, але ці квадратики некорисні для встановлення правильної відповіді.

4 бали — правильний розрахунок кількості сірих клітинок в якомусь маленькому квадратику/прямокутнику і при цьому цей розрахунок правильний для всіх таких квадратиків/прямокутників всередині дошки. Ці квадратики/прямокутники корисні для встановлення правильної відповіді, але подальші обчислення містять логічні помилки(нагадаємо, що арифметичні помилки не впливали на бал).

4 бали — міркування про розбиття на квадратики 4×4 , але подальші обчислення містять логічні помилки, які призвели до неправильної відповіді (з іншого боку, нагадаємо, що за арифметичні помилки бал не знімався зовсім).

4 бали — міркування про розбиття на прямокутнички 10×100 , але подальші обчислення містять логічні помилки, які призвели до неправильної відповіді (з іншого боку, нагадаємо,

що за арифметичні помилки бал не знімався зовсім).

4 бали — стверджується, що в кожному стовпчику у будь-якому квадраті 100×100 рівно по 25 сірих клітинок, але це логічна помилка, через яку учасник не помітив, що сірі клітинки зустрічаються насправді лише в стовпчиках через один, а не в усіх.

4 бали — стверджується, що у будь-якому квадраті 100×100 в стовпчиках через один зустрічається певна однакова кількість сірих клітинок, не рівна 25, через що отримано неправильні висновки.

4 бали — інші корисні міркування про закономірність розташування клітинок на дошці, але вони містять логічні помилки, які привели до неправильних висновків, однак якщо нескладно підправити ці логічні помилки, то буде отримано правильний висновок.

5 балів — стверджується, що в кожному квадратику 10x10 або 12, або 13 сірих клітинок, причому стверджується без детальних пояснень, що в будь-якому квадратику 100x100 рівно 50 квадратиків 10x10 із 12 сірими і рівно 50 квадратиків 10x10 із 13 сірими.

Отримано як наслідок правильну відповідь 1250.

7 балів — повне розв'язання, навіть якщо присутні арифметичні помилки. При цьому логічні помилки із обчисленнями були відсутні.

Задача 6 - 2

+ 1 бал за одну правильну відповідь (555 або 777)

або

+ 2 бали за дві правильні відповіді (555 та 777)

Далі, один з двох підходів:

1. Алгоритмічний / Перебір

+ 2 бали за за програмний алгоритм повного перебору

+ 3 бали за реалізований/наведений повний перебір

2. Дільники / прості множники

+ 2 бали за демонстрацію що 37 завжди є дільником числа VVV

+ 3 бали за знаходження усіх X, де $VVV = 37 \cdot X$

Задача 6 - 3

1 б - записана дата, яка при перевертанні залишається тією самою, але не є найближчою до 18.10.2025, дана відповідь без пояснень або з мінімальними, які не показують логіку розв'язання

5 б - отримана правильна відповідь та обгрунтовано, що остання цифра має бути 0, 1 або 2.

Обрана остання 0 без пояснення, з чого випливають усі правильні подальші міркування По + балах:

+ 2б - наведено правильну відповідь, яка є мінімальною без ґрунтовних пояснень до відповіді

+ 2б - наведено міркування про знаходження цифр, які мінімізують дату

+ 1б - вказано, що розглядаємо роки з 2050, пояснено, що цифри 3 та 4 не перевертаються (АБО **+1 б** за обґрунтування того, що остання цифра 0, 1 або 2)

+ 2б - пояснено чому не підходять роки з 2025 по 2050. (Замість цього просто **+1 б**, якщо не наведено пояснення, а просто перебір)

Задача 6 - 4

0 балів — розв'язання відсутнє, або немає жодних корисних просувань.

0 балів — немає корисних просувань чи правильних обґрунтувань і при цьому стверджується, що правильних відповідей більше одної(навіть, якщо одна з цих відповідей

189).

2 бали — правильна відповідь 189 і при цьому стверджується, що вона єдина. Розв'язання отримує 2 бали навіть якщо обґрунтування отриманої відповіді є неправильними або відсутні.

Надалі нехай n — це кількість друзів Петрика разом із Петриком(тобто, загальна кількість людей).

2 бали — розглядається частина одноцифрових дільників числа 756, але зовсім не розглядається випадок $n=7$.

3 бали — стверджується, що n є дільником 756. Немає твердження про те, що обов'язково $n < 10$. Також стверджується, що n може бути менше, ніж 3.

3 бали — наведено оцінку $n < 10$ без детальних обґрунтувань. Немає ніяких міркувань чи тверджень про подільність.

3 бали — стверджується, що n повинно бути дільником 756 (або є схожі міркування про подільність). При цьому розглядаються лише одноцифрові дільники, але не всі, а лише частина. Твердження про те, що $n < 10$ в розв'язанні не наведено.

4 бали — стверджується, що n є дільником 189 і при цьому розглянуто всі одноцифрові дільники 189, але зовсім не стверджується, що $n < 10$.

4 бали — стверджується, що n є дільником 756. При цьому розглядаються дільники 4,6,7,8, але в розв'язанні відсутнє твердження, що обов'язково $n < 9$. 5 балів — із детальними обґрунтуваннями стверджується, що $n=7$ або 9, але не наведено розрахунків відповіді. Також не пояснено детально, чому обов'язково $n < 10$.

6 балів — стверджується, що n є дільником 756, а також стверджується без детального обґрунтування, що $n < 10$, але показано, що при $n=9$ Петрик з'їсть 147 вишень. При цьому також розглянуто усі одноцифрові дільники 756.

7 балів — повне розв'язання.

7 клас

Задача 7 - 1

- 0б** - неправильна відповідь, хибні міркування
- 1б** - наведена тільки правильна відповідь
- 3б** - наведені 5 чисел без доведення, що інших не існує
- 4б** - неправильна відповідь, але правильна аргументація
- 5б** - наявний повний розв'язок, однак відсутнє доведення ключового факту, на яке він спирається
- 6б** - аргументовано приведені 5 шуканих чисел, але відповідь 5 не вказана
- 7б** - повне розв'язання

Задача 7 - 2

- 0б** - неправильна відповідь, хибні міркування
- +1б** - наведено тільки правильну відповідь
- +3б** - правильно написане рівняння
- +3б** - доведено, що 3,5 правильна відповідь
- 6б** - повний розв'язок, але є арифметична помилка при взятті кореня
- 7б** - повне розв'язання

Задача 7 - 3

- 0б.** – наведено неправильну відповідь, наведені міркування не приводять ні до яких просувань у задачі, наведено лише правильну відповідь
- +3б.** – наведено розгляд клітинок квадратів за кількістю змін у них кольорів по модулю 3
- +4б.** – показано, що у такому разі існує клітинка, яка по модулю 3 рівна 0.
- 7б.** - наведено повне розв'язання

Задача 7 - 4

- 0б.** – наведені міркування не приводять ні до яких просувань у задачі
- 1б.** – у розв'язку присутні міркування, що можуть бути доповнені до побудови прикладу, але у самому розв'язку не наведено приклад
- 1б.** - наведено один приклад коли виконується умова
- 5б.** – наведено робочий приклад такого заповнення, для будь-яких наборів з умови, але його роботу не доведено
- 7б.** - наведено повне розв'язання

8 клас

Задача 1

- 0 б. – неправильна відповідь, наведені міркування помилкові, або не мають стосунку до розв'язку задачі.
- 1 б. – правильна відповідь без пояснень;
- 1 б. – правильно скорочено дріб $\frac{2025!}{2000!}$;
- 3 б. – використання оцінки кількості нулів у факторіалі, спираючись на входження в нього чисел кратних 2, 5 і 10, без врахування степенів п'ятірки;
- 5 б. – правильний метод розв'язку, без урахування кратності п'ятірок в 2025;
- 5 б. – знайдені кількості п'ятірок в факторіалах, без пояснення алгоритму їх пошуку, та отримана правильна відповідь;
- 6 б. – правильний розв'язок, з арифметичною помилкою;
- 7 б. – правильний розв'язок з коректним поясненням.

Задача 2

- 1 б. – правильна відповідь без пояснень або застосована початкова комбінаторика;
- 2 б. – присутній початковий перебір, без врахування 0, або перебір більш ніж 12, але менше ніж 24 випадків;
- 3 б. – застосування комбінаторних формул, не враховуючи окремих випадків;
- 4 б. – є коректний, але не повний перебір більш ніж 24 випадків
- 5 б. – багато незначних помилок при використанні комбінаторних формул;
- 6 б. – правильне розв'язання з незначними помилками на останньому кроці
- 7 б. – повний правильний розв'язок

Задача 3

- 0 б. – неправильна відповідь, наведені міркування помилкові, або не приводять ні до яких просувань в задачі, некоректно використано тригонометрію, оцінка кута проведена випадковим підбором довжин, розв'язок спирається на припущення, що ΔAPQ рівнобедрений, ΔAPQ має кути в 30 та 60 градусів, ΔPCQ рівнобедрений, P та Q співпадають з B та D .
- 1 б. – наведено правильну відповідь без пояснень та коректного доведення;
- 7 б. – наведено повне розв'язання з доведенням.

Задача 4

- 0 б. – наведені міркування, що не приводять до просувань в задачі;
- 0 б. – наведено правильну відповідь без пояснень, або ж з поясненнями, що включають підстановку конкретних значень x чи одночленів, що не підходять під умови задачі;
- 0 б. – помножено два тричлени, показано, що мінімальна кількість доданків добутку дорівнює 3 чи більше.
- +2 б. – показано, що такий добуток, містить, що найменше 2 одночлени, з поясненням неможливості наявності лише одного одночлену;
- +5 б. – наведено приклад, таких шести одночленів, що підходять під умови задачі, та мають добуток, що складається з двох різних одночленів;
- 7 б. – наведене повне розв'язання.

9 клас

Задача 9.1

7 балів – повне розв’язання, оцінка складається з:

+1б. – наявна правильна відповідь;

+4б. – отримано правильне рівняння відносно відстані (або часу) однієї з доріг (при цьому: **+2б** – рівняння неправильне, але було б правильним, якби автор розв’язання не переплутав дороги або правильно перевів хвилини в години). Замість рівняння може бути система.

+2б. – рівняння розв’язано правильно (і з нього отримана правильна відповідь).

0б. – відповіді немає або відповідь неправильна і міркування, які нікуди не ведуть.

Задача 9.2

3б. – міркування, які обмежують кількість цифр зверху: доведення того, що число не є 5-цифровим.

7 балів – повне розв’язання, оцінка складається з:

+2б. – наведено три числа, які задовольняють умову задачі (при цьому: **+1б.** – наведено лише одне або два таких числа);

+3б. – доведено, що перша цифра ділиться на 3.

+2б. – для кожної першої цифри знайдена допустима кількість цифр числа.

Задача 9.3

0б. – наведені міркування не приводять ні до яких просувань в задачі; зокрема, ґрунтуються на тому, що точки В, М, С лежать на одній прямій.

2б. – проведені перпендикуляри з точок B_1 і C_1 на інші сторони кута і показана рівність відповідних відрізків.

4б. – проведено перпендикуляри з точок B_1 та C_1 на іншу сторону кута та показано, що утворена фігура – прямокутна трапеція, і MM_1 – її середня лінія.

5б. – не наведені всі необхідні розрахунки при розв’язуванні задачі методом координат.

6б. – невеликий недолік в обґрунтуванні.

7б. – наведено повне розв’язання.

Задача 9.4

0 б. – наведено неправильну відповідь, наведені міркування не приводять ні до яких просувань у задачі, наведено лише правильну відповідь

1 б. – пораховано суму квадратів лише для підмножин певного типу для довільного N

+1 б. – наведено рекурентне співвідношення

+1 б. – знайдено відповідь принаймні для двох послідовних N (база індукції)

+1 б. – з частинних випадків отримано загальну правильну відповідь без обґрунтування

+2 б. – доведене правильне рекурентне співвідношення для $P(N)$

7 б. – наведено повне розв’язання.

10 клас

Задача 10 - 1

1 б. — наведена правильна відповідь, або розглянуто частковий випадок з правильною відповіддю.

+2 б. — наведено розбиття фігури на багатокутники і зроблені суттєві просування.

5-6 б. — правильне розв'язання, зроблені помилки в обчисленнях.

7 б. — наведено повне розв'язання.

При розв'язанні через координати:

1 б. — правильна відповідь.

+1 б. — наведені правильні координати для всіх точок.

7 б. — наведена формула для обчислення площі через координати і зроблені всі необхідні обчислення за цією формулою.

Задача 10 - 2

0 б. — Неправильна відповідь, міркування не призводять до розв'язання.

+1 б. — повна правильна відповідь ($\max S(n)$ та при якому значенні n).

+3 б. — усі числа після 40-го рівні між собою (або до $n - 40$, тобто $a_1 = a_2 = \dots = a_{n-40}$).

+3 б. — доведено, що $\max S(n)$ при $n = 60$.

1 б. — Доведено тільки $a_k = a_{k+40}$, відсутні подальші міркування.

7 б. — наведено повне розв'язання.

Задача 10 - 3

0 б. — наведені міркування не приводять ні до яких просувань у задачі.

+4 б. — доведено, що якщо твердження з умови неправда, то $p|(a - b)$ або $p|(a + b)$.

+3 б. — з факту вище, отримана суперечність (наведено серію нерівностей, які спростовують, що факт з умови може бути неправдивим).

7 б. — наведено повне розв'язання.

Задача 10 - 4

0 б. — Наведені міркування не призводять до розв'язку задачі. **0 б.** — спроба доведення на прикладах значень a, b, c, d .

0 б. — піднесено до квадрату обидві частини нерівності без подальшого просування в сторону доведення нерівності.

1 б. — Зведено ліву частину до добутку

$$(a + b + c - d)(a + b + d - c)(a + c + d - b)(b + c + d - a)$$

2 б. — Зведено до різниці квадратів

$$((a + b)^2 - (c - d)^2)(a + b)^2 - (c - d)^2$$

7 б. — наведено повне розв'язання.

11 клас

Задача 11 - 1

- 0б. – наведено неправильну відповідь, наведені міркування не приводять ні до яких просувань у задачі
- 1б. - арифметичні помилки при підрахунку ваги літер/кількості комбінацій
- +1б. – наведено правильну відповідь
- +1б. – наведено розбиття літер вагою 3, 2 та 1
- по +1б. - за кожен правильно розглянутий і порохований варіант розбиття ваги 4 на ваги літер
- АБО:
- 5б. – розглянуто усі випадки розбиття ваги 4 на літери
- 7б. - наведено повне розв'язання

Задача 11 - 2

- 0б. — відповідь правильна але без перевірки, відповідь неправильна, міркування не є корисними
- 1б. — відповідь з перевіркою, без обґрунтування
- +2б. — доведено, що $n > k + 2$
- АБО:
- +1б. - якщо тільки показано, що $n \neq k + 2$
- +2б. — доведено, що $n < k + 4$
- АБО:
- +1б. - якщо тільки показано, що $n \neq k + 4$
- +2б. — розв'язано при $n = k + 3$

Задача 11 - 3

- 0б.—наведені міркування не приводять ні до яких просувань у задачі, розглянуто лише часткові випадки
- 7б.— наведеного повне розв'язання
- 3б. — значне просування, яке може привести до повного розв'язання, але присутня суттєва логічна помилка(доведення спирається на факт, який потрібно довести)

Задача 11 - 4

- 0б. – наведено неправильну відповідь, наведені міркування не приводять ні до яких просувань у задачі, наведено лише правильну відповідь; зроблено припущення, що $f(n)$ має якийсь вигляд (лінійна, квадратична, тощо), і весь розв'язок йде по цьому припущенню; у роботі скорочено аргумент функції як дільник; показано те що якась властивість та їй протилежна не виконується для всіх n , але не розглянуто випадок того що дані властивості можуть виконуватись лише на окремих відрізках; зроблено припущення, що область значень - усі натуральні

Схема 1:

+4б. – показано, що якщо, для деякого k , $f(k)$ – мінімальне, то всі значення після нього рівні $f(k)$

+3б. – показано, що в такому разі, для усіх чисел менше k , значення функції в цих точках не може бути більше, а отже f - стала

Схема 2:

+2б. – у розв'язку присутні міркування про відношення порядку між степенями входження дільників у числа $f(n)$

+5б. – попередні міркування доповнені до того, що при збільшенні n , степінь входження множників у всі наступні $f(n)$ постійно зменшується, що неможливо

Поза схемами, альтернативні розв'язки:

3б. - показано вигляд функції $f(n)$ на парних та непарних значеннях n , як вираз виду $f(1)^{x_n} f(2)^{y_n}$ де $|x_n - y_n| = 1$, але подальші міркування не приводять до розв'язку

3б. - показано, що якщо існують дві послідовні точки де функція не приймає однакові значення, то надалі функція зростає на числах однієї парності, та спадає на числах іншої, але дані міркування залишають без достатніх пояснень

7б. - наведено повне розв'язання