

II ЕТАП ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ УЧНІВСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ З АСТРОНОМІЇ У 2025/2026 НАВЧАЛЬНОМУ РОЦІ

11 клас

I частина (2 години) Теоретичний тур

1. (10 балів) При спостереженні з Києва ($\varphi = 50^\circ$) в певний момент часу одна зоря перебувала у верхній кульмінації на висоті 30° над горизонтом, а друга – на такій же висоті в нижній кульмінації. Знайдіть відстань (уздовж поверхні Землі, в км) між пунктами, де у вказаний момент ці зорі спостерігаються в зеніті.

Розв'язок

У зеніті над Києвом можуть перебувати об'єкти з $\delta = \varphi = 50^\circ$ (2 бали).
Зенітна відстань зір, згаданих в умові, становить $z = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ (2 бали).

Зорі, які кульмінують, розташовуватимуться у протилежних напрямках від зеніту з кутовою відстанню $60^\circ \cdot 2 = 120^\circ$ (3 бали) (перша зоря перебуватиме в зеніті над точкою з $\varphi_1 = 50^\circ - 60^\circ = -10^\circ$, а друга – з $\varphi_2 = 180^\circ - (50^\circ + 60^\circ) = 70^\circ$, але по інший бік північного полюса).

Тому відстань уздовж поверхні Землі при кутовій відстані 120° становитиме:

$$l = 2\pi R/3 = 2 \cdot 3.14 \cdot 6.37 \cdot 10^3 \text{ км} / 3 = 1.33 \cdot 10^4 \text{ км} \text{ (3 бали)}.$$

2. (10 балів) У момент середини центрального покриття Венери темною стороною Місяця його фаза була максимально можливою для такого роду астрономічних подій.

А) Якими в цей момент були фази Венери та Місяця?

Б) Через який мінімальний проміжок часу після покриття Венера знаходилась у верхньому сполученні?

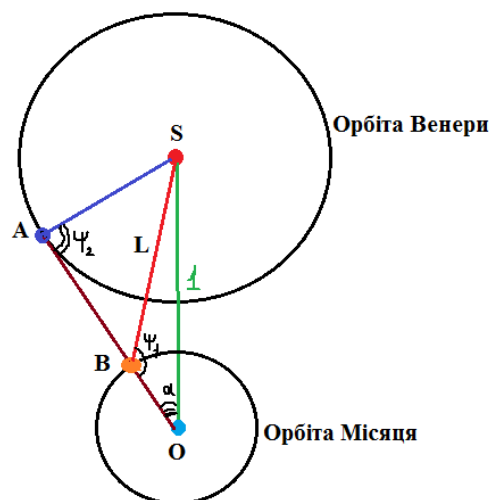
Покласти, що радіус орбіти Місяця дорівнює 385000 км; радіус орбіти Венери – 0.72 а.о., радіус орбіти Землі – 1.00 а.о. Колові орбіти Землі, Місяця та Венери лежать в одній площині.

Розв'язок

А). На рис.: S – Сонце, O – Земля, SO – відстань від Сонця до Землі, SA – відстань від Сонця до Венери, A – Венера, B – Місяць, BO – відстань від Землі до Місяця, L – відстань від Місяця до Сонця в момент спостережень.

Всі відстані будемо виражати в астрономічних одиницях. Введемо кути так, як вони зображені на рис. Нехай також спостерігаємо за конфігурацією, зображену на рис. з Північного полюсу екліптики. Тоді всі орбітальні рухи здійснюються проти руху годинникової стрілки.

За умовою задачі покриття відбувається з боку темної сторони диску Місяця, а тому елонгація Венери – західна.



З трикутника SOB за теоремою косинусів

$$1^2 + BO^2 - 2 \times BO \times \cos \alpha = L^2. \quad (1)$$

$$L^2 + BO^2 - 2 \times L \times BO \times \cos \psi_1 = 1. \quad (2)$$

З (1) та (2)

$$\cos \psi_1 = \frac{BO - \cos \alpha}{L}. \quad (3)$$

Проведемо деякий аналіз. Нехай кут α зростає. Цей кут знаходиться в межах першої чверті, адже кут α відповідає елонгації Венери і не може перевищувати максимального значення α_m для якого $\sin \alpha_m = 0.72$ (Венера – внутрішня планета).

Тоді, виходячи з (1), ми повинні прийти до висновку, що L теж зростає, адже при зростанні кута α $\cos \alpha$ зменшується, а BO – стала величина. Тоді з (2)

$$\cos \psi_1 = (L^2 + BO^2 - 1) / 2 \times L \times BO.$$

Бачимо, що при зростанні L зростає $\cos \psi_1$. Так як кут ψ_1 належить або I або II чвертям, то зростання $\cos \psi_1$ означає зменшення кута ψ_1 . Таким чином, *мінімальне* значення кута ψ_1 , а, отже і кута $\psi_1/2$, досягається для *максимально* можливого значення кута $\alpha = \alpha_m = \arcsin 0.72 \approx 46.055^\circ$.

Фаза Місяця

$$\Phi_M = \cos^2(\psi_1/2). \quad (4)$$

За умовою фаза Місяця в момент покриття була максимально можливою, що відповідає *мініимально* можливому значення кута ψ_1 , і досягається для *максимально* можливого значення кута $\alpha = \alpha_m = \arcsin 0.72 \approx 46.055^\circ$.

З (3) та (4) при $\alpha \approx 46.055^\circ$, $BO \approx 2.574 \times 10^{-3}$ (а. о.),

$$\Phi_M \approx 0.154.$$

При $\alpha = \alpha_m = \arcsin 0.72 \approx 46.055^\circ$ кут ψ_2 дорівнює 90° , тому фаза Венери $\Phi_B = \cos^2(\psi_2/2) = 0.5$.

Б). Знайдемо сидеричний період обертання Венери використовуючи III закон Кеплера. Отримуємо

$$T_B = 0.72^{2/3} \approx 0.6109^a.$$

Отже, сидерична кутова швидкість орбітального руху Венери дорівнює

$$\Omega_B = \frac{360^\circ}{0.6109} \approx 589.2557^\circ/a.$$

Сидерична кутова швидкість орбітального руху Землі

$$\Omega_3 = 360.0^\circ/a.$$

Різниця сидеричних кутових швидкостей орбітального руху планет

$$\Delta\Omega = \Omega_B - \Omega_3 \approx 229.2557^\circ/a. \quad (5)$$

Так як в момент покриття Венера знаходилась в максимальній західній елонгації, то до найближчого верхнього сполучення Венера повинна обігнати Землю на відносний кут

$$\theta = \alpha_m + 180^\circ = 46.055^\circ + 180^\circ = 226.055^\circ. \quad (6)$$

З (5) та (6) знаходимо шуканий мінімальний проміжок часу

$$\Delta t = \frac{\Delta\Omega}{\theta} = \frac{226.055^\circ}{229.2557^\circ/a} \approx 0.986^a \approx 360.16^d \approx 360.2^d.$$

Відповідь: **А)** Фаза Місяця приблизно дорівнює 0.154; фаза Венери дорівнює 0.5; **Б)** $\Delta t \approx 360.2^d$.

Подано правильний рисунок, що ілюструє задану конфігурацію - 2 бали; доведена умова за якої фазовий кут Місяця забезпечує максимальну фазу - 3 бали; обчислена фаза Місяця - 1.5 бали; обчислена фаза Венери - 1.5 бали; знайдений проміжок часу між окультацією та верхнім з'єднанням Венери - 2 бали.

3. (10 балів) Пошук та обчислення параметрів екзопланет уже не є надзвичайним завданням, транзити є добре помітними, а кількість відкритих екзопланет уже досить давно перевищила тисячу. Тому зараз намагаються знайти сліди транзитів екзокомет чи екзомісяців.

Екзомісяці – супутники екзопланет. Для оцінки параметрів транзиту, який може спостерігатися у позасонячній системі, візьмемо модель Сонячної системи, де планетою та супутником є Юпітер та Ганімед, відповідно.

Всі орбіти у даній задачі вважайте коловими. $R_{\odot} = 696000$ км, $R_J = 71490$ км, $R_G = 2634$ км, $M_J = 1.90 \cdot 10^{27}$ кг, $M_G = 1.48 \cdot 10^{23}$ кг. Велика піввісь орбіти Ганімеда $a_G = 1.07 \cdot 10^6$ км. Синодичний період обертання Юпітера $S = 398.88$ доби.

Не дуже поширеним методом відкриття екзопланет є метод варіації транзиту. Дослідимо, чи можливим є використання цього методу у відкритті екзомісяців. Варіація транзиту виникає внаслідок різного можливого положення Юпітера відносно спільного барицентру з Ганімедом.

А) Оцініть амплітуду зміщення положення Юпітера Δr відносно барицентра.

Б) Оцініть максимальну амплітуду TTV (часової затримки або випередження транзиту).

В) Порівняйте отриманий результат з технічними можливостями телескопів:

- Kepler: у швидкому режимі роботи час накопичення сигналу (експозиція) близько 1 хв

- TESS: експозиція у стандартному режимі близько 2 хв, у швидкому (для яскравих зір) – 20 с.

Розв'язок

А) Помістимо початок координат у Юпітер, тоді розрахуємо відстань від Юпітера до барицентру.

$$r_J(M_J + M_G) = aM_G \Rightarrow r_J = \frac{aM_G}{M_G + M_J} \approx \frac{aM_G}{M_J}$$

1.5 бали за розрахунок відстані до центру мас відносно довільної точки, наприклад відносно Юпітера

Тут, a - велика піввісь відносної орбіти Юпітера та Ганімеда. $a \approx a_G$ (або більш точно: $a_G = \frac{M_J a}{M_J + M_G} \Rightarrow \frac{a}{M_J + M_G} = \frac{a_G}{M_J} \Rightarrow r_J = \frac{a M_G}{M_J}$).

Відстань від Юпітера до барицентру і є шуканою амплітудою, тому $\Delta r = \frac{a M_G}{M_J} \approx 80$ км.

1 бал за визначення амплітуди зміщення Юпітера відносно барицентру.
0.5 бали, якщо зазначено величину, вдвічі більшу.

0.5 бали за чисельний розрахунок.

Б) Максимальна амплітуда спостерігатиметься тоді, коли Юпітер буде у крайньому положенні віддалення від барицентру відносно далекого спостерігача. Тоді необхідний час для проходження $\Delta r \ll A$ (A - велика піввісь орбіти Юпітера навколо Сонця):

$$t = \frac{\Delta r}{v_{orb}}$$

1 бал за визначення умови максимального часового зміщення та наведено спосіб розрахунку варіації часу. Якщо розраховується зміщення через довжину дуги коректно, також 1 бал.

Тут, v_{orb} – орбітальна швидкість руху барицентру:

$$v_{orb} = \frac{2\pi A}{T}$$

1 бал за знаходження орбітальної швидкості руху барицентру.

Пов'яжемо орбітальний період із синодичним:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_E} - \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{1}{T_E} - \frac{1}{S}$$

1 бал за перехід від синодичного до орбітального періоду.

Також з III закону Кеплера:

$$\frac{T_E^2}{a_E^3} = \frac{T^2}{A^3} \Rightarrow A = a_E \left(\frac{T}{T_E} \right)^{2/3}$$

1 бал за зв'язок між орбітальним періодом та великою піввіссю з

III закону Кеплера. Або аналогічно через $\frac{T^2}{A^3} = \frac{4\pi^2}{GM_\odot}$, або

знаходження через II закон Ньютона. 0 балів, якщо

використовували одразу значення $A = 5.2$ а.о. для подальших розрахунків.

$$v_{orb} = \frac{2\pi A}{T} = \frac{2\pi a_E}{T_E} \left(\frac{T_E}{T} \right)^{1/3} = \frac{2\pi a_E}{T_E} \left(1 - \frac{T_E}{S} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$t = \frac{a M_G}{M_J} \frac{T_E}{2\pi a_E} \left(1 - \frac{T_E}{S} \right)^{-\frac{1}{3}}$$

1 бал за отриманий фінальний вираз

$$t \approx 6.3 \text{ c}$$

1 бал за розрахований час

6 балів сумарно за пункт.

В) Для Kepler та TESS неможливо зафіксувати таку подію.

1 бал- коректна оцінка, враховуючи отриманий у попередньому пункті результат.

4. (10 балів) Метою космічної місії “Люсі” є дослідження астероїдів, розташованих поблизу точок Лагранжа L_4 і L_5 системи “Сонце – Юпітер”. На якій кутовій відстані знаходяться згадані точки на небесній сфері для земного спостерігача? Для цього:

А) Отримайте числовий результат (у градусах) для кутової відстані при $\varphi = 0^\circ$ та $\varphi = 180^\circ$. Кут φ є кутом між радіус-векторами “Сонце – Земля” та “Сонце – Юпітер”.

Б) Виведіть загальну формулу для вказаної кутової відстані залежно від кута φ .

Вважайте, що орбіти планет розташовані в одній площині й є коловими з радіусами 1.00 а.о. та 5.20 а.о. відповідно.

Розв’язок

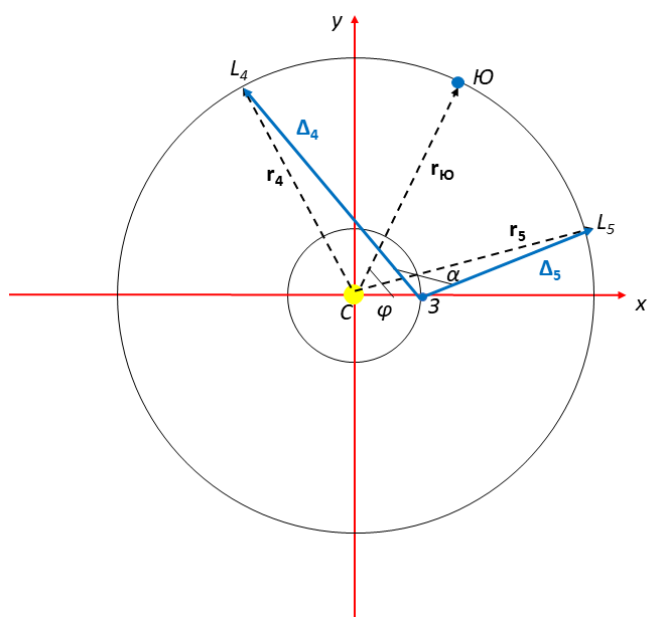
Спрямуємо вісь x від Сонця до Землі, вісь z – перпендикулярно до площини орбіт xy , у якій відбувається рух. Надалі й має сенс відстежувати тільки дві координати – зокрема, для Юпітера:

$$\vec{r}_{\text{Ю}} = (r_{\text{Ю}} \cos \varphi; r_{\text{Ю}} \sin \varphi),$$

де $r_{\text{Ю}}$ – радіус орбіти Юпітера. Точка L_4 знаходиться на орбіті Юпітера попереду планети на 60° , а L_5 – позаду теж на 60° . Тому:

$$\vec{r}_4 = \left(r_{\text{Ю}} \cos \left(\varphi + \frac{\pi}{3} \right); r_{\text{Ю}} \sin \left(\varphi + \frac{\pi}{3} \right) \right);$$

$$\vec{r}_5 = \left(r_{\text{Ю}} \cos \left(\varphi - \frac{\pi}{3} \right); r_{\text{Ю}} \sin \left(\varphi - \frac{\pi}{3} \right) \right). \text{ (2 бали)}$$



Можемо отримати вектори “Земля – L_4 ” та “Земля – L_5 ”:

$$\vec{\Delta}_4 = \left(r_{Ю} \left(\frac{1}{2} \cos \varphi - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi \right) - r_3; r_{Ю} \left(\frac{1}{2} \sin \varphi + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi \right) \right);$$

$$\vec{\Delta}_5 = \left(r_{Ю} \left(\frac{1}{2} \cos \varphi + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi \right) - r_3; r_{Ю} \left(\frac{1}{2} \sin \varphi - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi \right) \right). \text{ (2 бали)}$$

Для кута між напрямками на точки Лагранжа:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{\Delta}_4 \cdot \vec{\Delta}_5}{\Delta_4 \Delta_5}.$$

Скалярний добуток становитиме

$$\vec{\Delta}_4 \cdot \vec{\Delta}_5 = r_{Ю}^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{4} \right) - r_{Ю} r_3 \cos \varphi + r_3^2 = -\frac{r_{Ю}^2}{2} - r_{Ю} r_3 \cos \varphi + r_3^2.$$

Для довжин векторів:

$$\Delta_4 = \sqrt{r_{Ю}^2 - r_{Ю} r_3 (\cos \varphi - \sqrt{3} \sin \varphi) + r_3^2};$$

$$\Delta_5 = \sqrt{r_{Ю}^2 - r_{Ю} r_3 (\cos \varphi + \sqrt{3} \sin \varphi) + r_3^2}. \text{ (3 бали)}$$

Отже, для кута між напрямками із Землі на точки Лагранжа маємо доволі громіздку формулу:

$$\cos \alpha = \frac{-\frac{r_{Ю}^2}{2} - r_{Ю} r_3 \cos \varphi + r_3^2}{\sqrt{r_{Ю}^2 - r_{Ю} r_3 (\cos \varphi - \sqrt{3} \sin \varphi) + r_3^2} \cdot \sqrt{r_{Ю}^2 - r_{Ю} r_3 (\cos \varphi + \sqrt{3} \sin \varphi) + r_3^2}}.$$

Втім, у граничних випадках обчислення відносно просте. Зокрема,

$$\cos \alpha(\varphi = 0) = \frac{-\frac{1}{2} - \frac{r_3}{r_{Ю}} + \left(\frac{r_3}{r_{Ю}}\right)^2}{1 - \frac{r_3}{r_{Ю}} + \left(\frac{r_3}{r_{Ю}}\right)^2};$$

$$\cos \alpha(\varphi = \pi) = \frac{-\frac{1}{2} + \frac{r_3}{r_{Ю}} + \left(\frac{r_3}{r_{Ю}}\right)^2}{1 + \frac{r_3}{r_{Ю}} + \left(\frac{r_3}{r_{Ю}}\right)^2}.$$

Сюди входить відношення радіусів орбіт:

$$\frac{r_3}{r_{Ю}} = \frac{1}{5.20} \approx 0.192.$$

Обчислюємо:

$$\cos \alpha(\varphi = 0) = -0.775;$$

$$\cos \alpha(\varphi = \pi) = -0.221.$$

Самі кути тоді становитимуть

$$\alpha(\varphi = 0) = 141^\circ;$$

$$\alpha(\varphi = \pi) = 103^\circ. \text{ (3 бали)}$$

Результат може бути отриманим без застосування загальної формули, а розглядаючи випадки з $\varphi = 0$ та $\varphi = \pi$ незалежно.

II ЕТАП ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ УЧНІВСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ З АСТРОНОМІЇ У 2025/2026 НАВЧАЛЬНОМУ РОЦІ

11 клас

II частина (2 години)

Практичний тур
Тести (10 балів)

1. Яким є перший практично реалізований метод визначення швидкості світла?

- А) Час проходження світла від ліхтарика на відстані 32 км
- Б) Вимірювання часу проходження світла від сонячного спалаху для Землі
- В) Досліди з інтерферометром Майкельсона
- Г) Використання високоточних атомних годинників на супутниках та на Землі

Г) Варіації часу явищ у системі супутників Юпітера

2. Яким чином під час повного сонячного затемнення у 1919 році був уперше підтверджений один із основних висновків загальної теорії відносності?

- А) Визначення спектра верхньої корони
- Б) Визначення положень зір**
- В) Знаходження відношення кутових розмірів Сонця та Місяця
- Г) Визначення видимого руху Меркурія
- Г) Збільшення часу приходу світла від Сонця (ефект Шапіро)

3. До якого числа близький ексцентриситет спостережуваних із Землі довгоперіодичних комет?

- А) -1
- Б) 0
- В) 0.5
- Г) 1**
- Г) 2

4. Яке слово не є назвою метеорного потоку?

- А) Персеїди

Б) Міриди

В) Леоніди

Г) Каприкорніди

Г') Ліриди

5. Якого сузір'я не існує?

А) Малий Кінь

Б) Мала Ведмедиця

В) Малий Пес

Г) Малий Лев

Г') Малий Вовк

6. У результаті якого процесу виникають нейтронні зорі?

А) Скидання оболонки червоним гігантом

Б) Злиття чорних дір

В) Акреція речовини на чорну діру

Г) Охолодження білого карлика

Г') Вибух наднової

7. Нижче наведено перелік карликових планет. Оберіть ті із них, що були відкриті до XX століття.

А) Плутон

Б) Церера

В) Макемаке

Г) Ерида

Г') Гаумея

8. Скільки природних супутників планет знаходиться між Сонцем та Головним поясом астероїдів?

А) 1

Б) 2

В) 3

Г) 4

Г') >4

9. Яка траєкторія руху комети **31/ATLAS** відносно Сонця?

А) колова

Б) параболічна

В) еліптична

Г) гіперболічна

Г') прямолінійна

10. На якій відстані знаходиться зоря, якщо її видима і абсолютна зоряні величини однакові? Поглинання світла на шляху до зорі відсутнє.

А) 1 а.о.

Б) 1 пк

В) 10 а.о.

Г) 10 пк

Г') 10 св.років

Задачі

1. (20 балів) Класичні цефеїди – це змінні зорі, для яких характерні періодичні радіальні пульсації з періодами від кількох діб до кількох тижнів. Однією із особливостей цефеїд є характерна залежність між світністю (або абсолютною зоряною величиною) та періодом пульсації, так зване співвідношення період-світність. В **таблиці 1** наведено дані для 10 класичних цефеїд із зазначенням періоду пульсацій у добах та середньої абсолютної зоряної величини у фільтрі V.

Таблиця 1. Період та середня абсолютна зоряна величина для 10 цефеїд

Період (добы)	Середня абсолютна зоряна величина (V-фільтр)
1.4	-2.0
2.8	-2.7
3	-2.8
6	-3.5
10	-4.1
24	-5.0
29	-5.2
43	-5.6
67	-6.1
70	-6.1

У **таблиці 2** наведено дані про класичні цефеїди з Великої Магелланової Хмари (ВМХ). Використовуючи ці дані:

А) побудуйте графік лінійної залежності видимої зоряної величини від деякої функції періоду пульсації цефеїди за даними у **таблиці 2**

Б) знайдіть відстань до ВМХ (в кпк)

В)* оцініть характерний лінійний розмір області, в якій зосереджені зазначені в **таблиці 2** цефеїди (в кпк)

Г) порівняйте величину області із пункту В) з характерним розміром ВМХ, який дорівнює приблизно 10 кпк

Таблиця 2. Середня видима зоряна величина у фільтрі V, амплітуда зміни блиску та логарифм періоду пульсацій окремих цефеїд у Великій Магеллановій Хмарі

ASAS ID	OGLE/Harvard ID	$\langle V \rangle \pm \Delta V$ [mag]	Amp. [mag]	$\log P$ [d]
050008-6827.0	HV883	12.18 ± 0.11	1.41	2.125
051931-6841.2	HV2447	12.04 ± 0.06	0.67	2.075
045541-6625.7	HV5497	11.90 ± 0.05	0.66	1.995
054347-6635.2	HV2827	12.28 ± 0.06	0.63	1.896
054451-6729.6	–	11.68 ± 0.05	0.47	1.871
050716-6853.0	OGLE-LMC-CEP-0992	12.22 ± 0.06	0.47	1.724
053122-7057.4	OGLE-LMC-CEP-2253/HV2622	12.88 ± 0.07	0.86	1.719
051354-6703.8	OGLE-LMC-CEP-1290/HV2369	12.68 ± 0.08	1.14	1.685
052508-6738.7	HV953	12.29 ± 0.06	1.08	1.682
050648-7002.2	OGLE-LMC-CEP-0966/HV900	12.89 ± 0.08	1.09	1.676
045702-6759.7	OGLE-LMC-CEP-0461/HV877	13.38 ± 0.10	0.92	1.655
050609-7115.4	OGLE-LMC-CEP-0943/HV2338	12.84 ± 0.08	1.22	1.625
045811-6957.0	OGLE-LMC-CEP-0512/HV2257	13.07 ± 0.09	1.35	1.596
050920-7027.4	OGLE-LMC-CEP-1113/HV909	12.83 ± 0.08	1.09	1.575
045805-6927.2	OGLE-LMC-CEP-0510/HV879	13.43 ± 0.10	1.28	1.566
050615-6640.8	OGLE-LMC-CEP-0945/HV2294	12.78 ± 0.07	1.27	1.563
045833-7020.8	OGLE-LMC-CEP-0528/HV881	13.14 ± 0.09	1.27	1.553
045423-7054.1	OGLE-LMC-CEP-0328/HV873	12.92 ± 0.07	1.23	1.537
045941-6927.4	OGLE-LMC-CEP-0590/HV882	13.45 ± 0.11	1.32	1.502

Дані про деякі зорі у BMX наведено вище. Тут V – видима зоряна величина у фільтрі V, $Amp.$ – значення амплітуди пульсацій, $\log P$ – десятковий логарифм періоду в добах.

Дані взято зі статті: Karczmarek, P., Dziembowski, W. A., Lenz, P., Pietrukowicz, P., & Pojmanski, G. (2012). Large Magellanic Cloud Cepheids in the ASAS Data. arXiv preprint arXiv:1201.0790.

* Примітка: назва ASAS ID містить у собі орієнтовні координати об'єктів. Загальний вигляд назви ASAS ID буде таким: $hhmmss \pm ddm m.m$. Тобто об'єкт, позначений як 123456+8754.3, має координати: пряме піднесення $R.A. = 12^h 34^m 56^s$ та схилення $Dec. = +87^\circ 54.3'$.

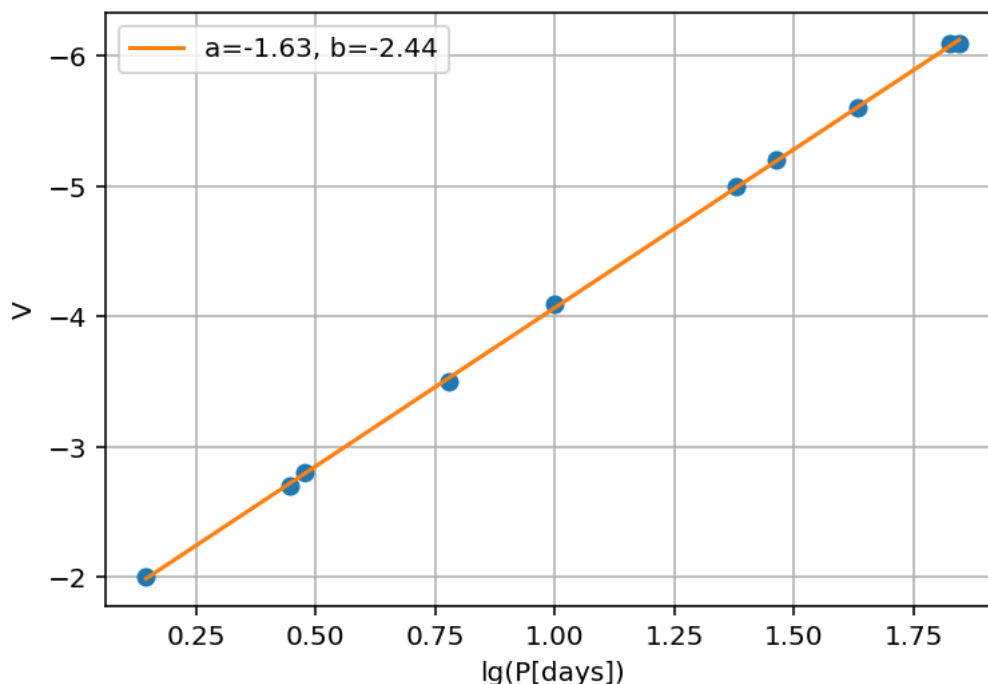
Розв'язок

А) Якщо існує зв'язок між світністю та періодом (співвідношення стає), то абсолютна зоряна величина повинна бути лінійною функцією логарифму періоду:

$$M = a + b \cdot \lg(P \text{ [days]})$$

3 бали за коректно визначену функцію періоду, для якої залежність буде лінійною.

Побудуємо цю залежність.



3 бали за побудовану залежність. Зокрема, якщо проставлено < 6 точок – мінус 1 бал, не поставлені відмітки на осях мінус 0.5 бала, не перевернуто шкалу зоряних величин – мінус 0.5 бала.

Б) З методу найменших квадратів (МНК) визначимо коефіцієнти a, b : $a = -1.63, b = -2.44$. 1.5 бали, якщо коефіцієнт $a = -1.63 \pm 0.05$, 0.5 балів, якщо задовольняє $a = -1.63 \pm 0.10$, але не потрапляє у попередній інтервал.

1.5 бали, якщо коефіцієнт $b = -2.44 \pm 0.10$, 0.5 балів, якщо задовольняє $b = -2.44 \pm 0.20$, але не потрапляє у попередній інтервал.

Спосіб 1: 7 балів

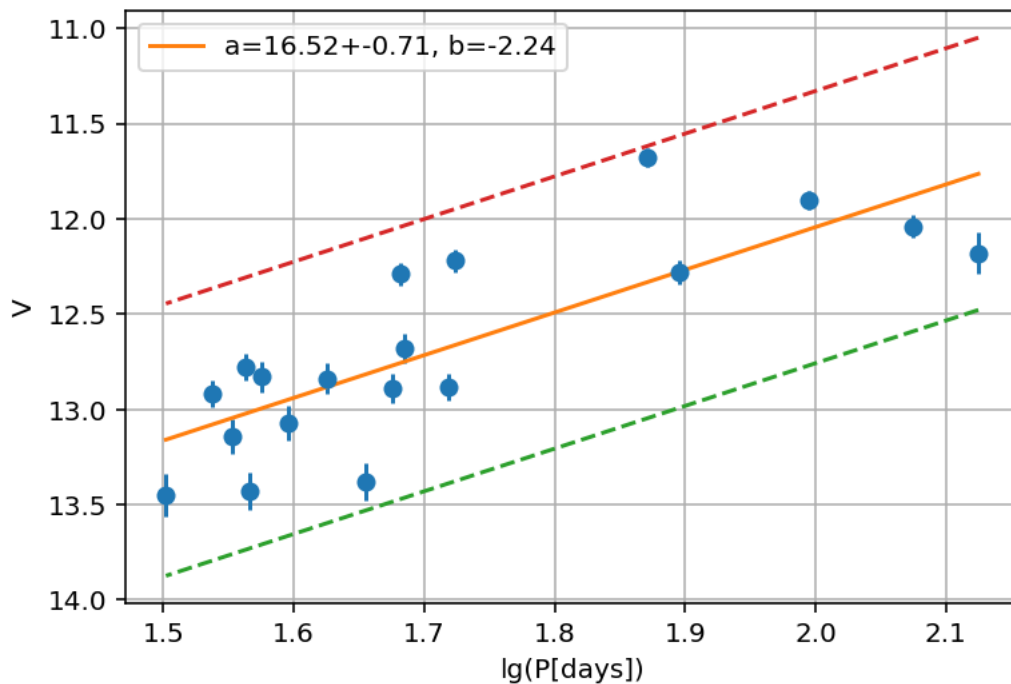
Оскільки всі зорі належать ВМХ, то відстань до них майже однакова. Таким чином очікувана залежність:

$$V = a + b \cdot \lg(P [\text{days}]) - 5 + 5\lg(r)$$

де r – відстань до ВМХ.

1 бал за зв'язок видимої та абсолютної зоряної величини з відстанню.

Тоді для цих зір також побудуємо таку ж залежність.



3 бали побудована залежність. Зокрема, якщо проставлено <10 точок – -1 бал, якщо не поставлені відмітки на осях -0.5 балів, не перевернуто шкалу зоряних величин – -0.5 бала.

Коефіцієнт b близький у першому та другому випадку, тому можемо вважати, що ці зорі дійсно є класичними цефеїдами. Тоді у цьому випадку

$$a' = a - 5 + 5lgr \Rightarrow r = 10^{0.2(5+a'-a)} = 10^{0.2(5+16.52+1.63)} = 42700 \text{ пк} \approx 43 \text{ кпк}$$

2 бали за знаходження відстані з коефіцієнтів a .

Реальне значення відстані близько 50 кпк, що досить близько до нашої оцінки. Втім, похибка визначення параметра a досить значна, так, що:

$$r = 43_{-12}^{+16} \text{ кпк}$$

1 бал за оцінку похибки, провівши граничні прямі чи оцінено похибку коефіцієнту a і розраховано з нього (як і було зроблено у цьому розв'язку).

Спосіб 2: 7 балів

Оскільки відстань до ВМХ не значно перевищує розмір ВМХ, то можна з отриманої залежності безпосередньо обчислити відстань до зір, тоді знайти середнє і середньоквадратичне відхилення.

$$M = a + b \cdot \lg(P [\text{days}])$$

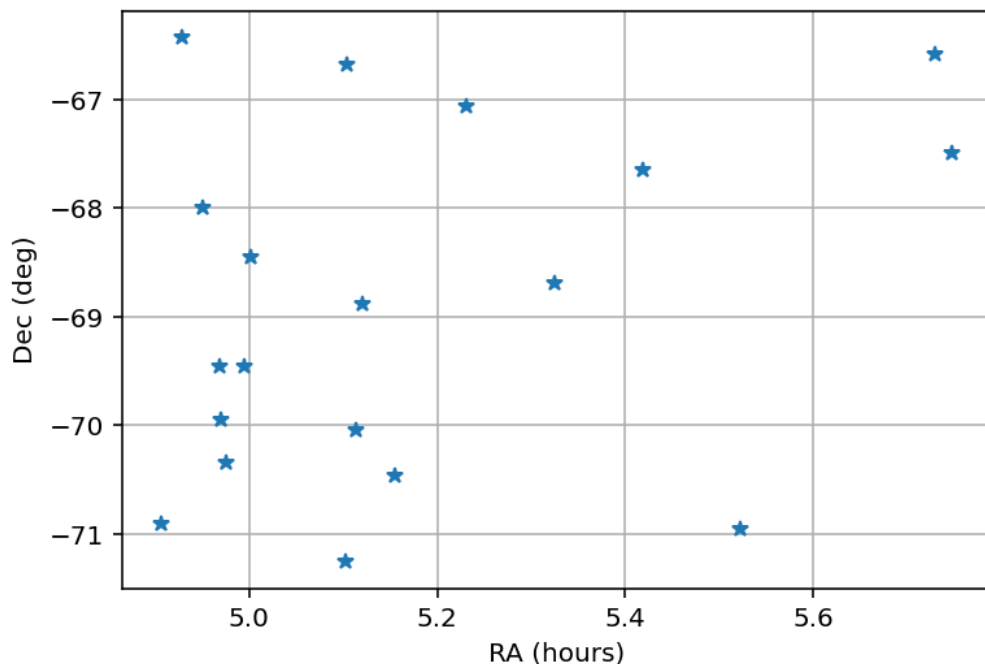
$$m = M - 5 + 5lgr \Rightarrow r = 10^{0.2(m-M+5)} = r = 10^{0.2(m-a-b \cdot \lg(P [\text{days}])+5)}$$

1 бал за зв'язок видимої та абсолютної зоряної величини з відстанню. Розраховані відстані нижче у таблиці. 3 бали за розрахунок відстаней.

Тоді розраховане середнє значення: $r = 50.4 \text{ кпк} \approx 50 \text{ кпк}$,
середньоквадратичне відхилення: $\sigma = 7.2 \text{ кпк} \approx 7 \text{ кпк}$. Таким чином:
 $r \approx 50 \pm 7 \text{ кпк}$. Реальне значення відстані ще ближче до цієї оцінки.
По 2 та 1 бал за розрахунок середнього та похибки, відповідно. Інші коректні способи оцінки похибки приймаються.

ASAS ID	OGLE/Harvard ID	$\langle V \rangle \pm \Delta V$ [mag]	Amp.	log P [d]	r , <u>кпк</u>
050008-6827.0	HV883	12.18 ± 0.11	1.41	2.125	62.72
051931-6841.2	HV2447	12.04 ± 0.06	0.67	2.075	55.59
045541-6625.7	HV5497	11.90 ± 0.05	0.66	1.995	47.65
054347-6635.2	HV2827	12.28 ± 0.06	0.63	1.896	50.8
054451-6729.6	–	11.68 ± 0.05	0.47	1.871	37.47
050716-6853.0	OGLE-LMC-CEP-0992	12.22 ± 0.06	0.47	1.724	40.75
053122-7057.4	OGLE-LMC-CEP-2253/HV2622	12.88 ± 0.07	0.86	1.719	54.91
051354-6703.8	OGLE-LMC-CEP-1290/HV2369	12.68 ± 0.08	1.14	1.685	48.21
052508-6738.7	HV953	12.29 ± 0.06	1.08	1.682	40.15
050648-7002.2	OGLE-LMC-CEP-0966/HV900	12.89 ± 0.08	1.09	1.676	52.57
045702-6759.7	OGLE-LMC-CEP-0461/HV877	13.38 ± 0.10	0.92	1.655	64.34
050609-7115.4	OGLE-LMC-CEP-0943/HV2338	12.84 ± 0.08	1.22	1.625	48.52
045811-6957.0	OGLE-LMC-CEP-0512/HV2257	13.07 ± 0.09	1.35	1.596	52.21
050920-7027.4	OGLE-LMC-CEP-1113/HV909	12.83 ± 0.08	1.09	1.575	45.66
045805-6927.2	OGLE-LMC-CEP-0510/HV879	13.43 ± 0.10	1.28	1.566	59.59
050615-6640.8	OGLE-LMC-CEP-0945/HV2294	12.78 ± 0.07	1.27	1.563	44.02
045833-7020.8	OGLE-LMC-CEP-0528/HV881	13.14 ± 0.09	1.27	1.553	51.38
045423-7054.1	OGLE-LMC-CEP-0328/HV873	12.92 ± 0.07	1.23	1.537	45.61
045941-6927.4	OGLE-LMC-CEP-0590/HV882	13.45 ± 0.11	1.32	1.502	55.97

B)



Розташування зір видно на графіку вище, тому характерний кутовий розмір області можна оцінювати таким чином:

$$\beta = \sqrt{(\Delta\delta)^2 + (\Delta\alpha \cdot \cos \delta_{av})^2}$$

1 бал за спосіб знаходження характерного розміру області та коректний вираз для кутового розміру області.

$$\delta_{av} \approx -69^\circ, \Delta\alpha = \alpha_{max} - \alpha_{min} = 0.84^h = 12.6^\circ, \Delta\delta = \delta_{max} - \delta_{min} = 4.8^\circ$$

$$\beta \approx 6.6^\circ$$

Тоді характерний лінійний розмір $r \cdot 2 \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\beta}{2}\right) \approx 5.0$ кпк, якщо $r = 43$ кпк та ≈ 5.8 кпк, якщо $r = 50$ кпк.

Або характерний розмір можна знаходити з $r \cdot \beta$ [рад].

2 бали за знаходження лінійного розміру, зокрема з них 1 бал за чисельне значення.

Г) отриманий характерний розмір дещо менший, ніж характерний розмір ВМХ, що може пояснюватися невеликою кількістю вибраних зір та їх розташуванням поблизу центру. 1 бал

2. (10 балів) Якийсь жартівник замалював області з 5-ма дуже яскравими зорями на зоряній мапі (**рисунок на окремому аркуші**), пронумерувавши їх від 1 до 5. Відновіть справедливості, підпишіть, під яким номером яка із зір захована, заповнивши **таблицю 3**. Назви зір (затверджені Міжнародним Астрономічним Союзом, англійською мовою або подані в українській транслітерації) оберіть із переліку в **таблиці 4**, попередньо заповнивши всі порожні місця в ній. Всі замальовані зорі на мапі точно наявні в поданій таблиці.

Таблиця 3. Таблиця відновлення справедливості

Номер зорі	Назва зорі	Позначення за Баєром
1	Капелла (0.5 бала)	α Візничого (0.5 бала)
2	Алголь (0.5 бала)	β Персея (0.5 бала)
3	Ельнатх (0.5 бала)	β Тельця (0.5 бала)
4	Кастор (0.5 бала)	α Близнюків (0.5 бала)
5	Проціон (0.5 бала)	α Малого Пса (0.5 бала)

Таблиця 4. Допоміжна таблиця до таблиці відновлення справедливості

Назва зорі	Позначення за Баєром
Алголь	β <u>Персея (0.5 бала)</u>
<u>Бетельгейзе (0.5 бала)</u>	α Оріона
Вега	α (0.5 бала) Ліри
Ельнатх	β (0.5 бала) Тельця
<u>Капелла (0.5 бала)</u>	α Візничого
Кастор	α <u>Близнюків (0.5 бала)</u>
Мірфак	α (0.5 бала) Персея
Проціон	α (0.5 бала) Малого Пса
<u>Рігель (0.5 бала)</u>	β Оріона
<u>Сіріус (0.5 бала)</u>	α Великого Пса

