

Задача А. Борги

Після того, як Боб віддасть борг, Аліса матиме $a + b$ гривень.

Після того, як Світлана віддасть борг, Аліса матиме $a + b + c$ гривень.

Після того, як Аліса віддасть борг Дмитру, вона матиме $a + b + c - d$ гривень.

Тож відповіддю буде $a + b + c - d$.

Задача В. Прямокутник

Можна побачити, що усі клітини, які не знаходяться на межі, можна представити у вигляді прямокутника $(n - 2) \times (m - 2)$. Тож відповіддю буде $n \cdot m - (n - 2) \cdot (m - 2) = 2 \cdot (n + m) - 4$.

Задача С. Матричка

Автор, розробник, автор розбору: Ілля Пермяков

Оскільки антидіагоналі у прямокутнику не перетинаються, то кожна клітина належить рівно одній антидіагоналі. Тому мінімальна кількість клітин, яку потрібно зафарбувати, дорівнює кількості антидіагоналей у прямокутнику: $n + m - 1$. Отже, відповідь існує, коли $k \geq n + m - 1$.

Задача D. Конструктор

Автор, розробник, автор розбору: Ілля Пермяков

Оскільки перша цифра двозначного числа не може бути рівною нулю, а усього треба скласти два двозначні числа, то серед цих чотирьох цифр має бути принаймні 2 ненульові цифри. У цьому випадку переставимо цифри a, b, c, d таким чином, що $a \leq b \leq c \leq d$. Тоді завжди можна побудувати такі числа: $c \cdot 10 + a, d \cdot 10 + b$. В іншому випадку, за принципом Діріхле принаймні одна перша цифра буде нулем, і відповіді не існуватиме.

Задача Е. Дивний сон

Автор, розробник, автор розбору: Ілля Пермяков

Нехай поточна координата — p , а поточний крок — i . Позначимо $q = \lfloor \frac{p}{y_i} \rfloor$. Тоді найближчі координати до p на числовій прямій, кратні y_i — $q \cdot y_i$ зліва, та $(q + 1) \cdot y_i$ справа. Щоб зрозуміти, у яку з цих двох координат йти, достатньо подивитись на відстань від цих позицій до p :

- Козак Вус опиниться у координаті $q \cdot y_i$, якщо $p - q \cdot y_i \leq p - (q + 1) \cdot y_i$.
- В іншому випадку, він опиниться у координаті $(q + 1) \cdot y_i$.

Для розв'язку задачі потрібно послідовно змінювати координату p за правилом вище, та виводити відповідь.

Задача F. Мобільна гра

Автор, розробник, автор розбору: Ілля Пермяков

Помітимо, що звичайну атаку завжди можна використати на усьому відрізку, оскільки $\min(c_1, c_2, \dots, c_n) \geq 1$. Якщо ми застосовуватимемо суператаку, то її треба застосувати на найдовшому безперервному відрізку з двійок. Довжину цього відрізка можна знайти за допомогою методу двох покажчиків. Нехай довжина цього відрізка буде L . Тоді відповіддю на задачу буде $\max(n, 2 \cdot L)$.

Задача G. Множини

Автор, розробник, автор розбору: Ілля Пермяков

Спочатку помітимо, що числа, які не є префіксом жодного іншого числа, не можуть бути у одній підмножині. Тобто найкраща можлива відповідь це cnt , де cnt — кількість таких чисел. Виявляється, що завжди можна побудувати підмножини саме з такою відповіддю.

Для розв'язання цієї задачі існує багато жадібних алгоритмів, розглянемо один з них:

1. Виділимо усі такі числа, що не є префіксом жодного іншого числа. Занесемо ці числа у різні підмножини розміру 1. На початку, вважатимемо, що усі інші числа не належать жодній підмножині.
2. Переберемо ці числа, нехай зараз розглядаємо число x .
3. Далі дивимось на кожне таке y , що є в масиві a , а також є префіксом x . Якщо y не належить жодній підмножині, то додаємо його до підмножини x .

Таким чином, можна побачити, що усі числа, які ми не виділили, будуть належати одному з cnt підмножин.

Сумарний час роботи рішення: $O(n \cdot 19 \cdot \log(n))$ або $O(n \cdot 19)$ в залежності від реалізації.

Задача Н. Виставка

Автор, розробник, автор розбору: Ілля Пермяков

Помітимо, що фактично в задачі потрібно знайти мінімальну суму на двох відрізках однакової довжини, таких що між ними є хоча б один елемент. Нехай ця сума дорівнюватиме T , а сума усіх елементів масиву p дорівнюватиме S . Тоді якщо $T > 0$, то відповіддю буде S , інакше відповіддю буде $S - T$. Тепер залишилось навчитись знаходити суму T .

Спочатку зафіксуємо x — довжину двох відрізків. Тепер для кожного індексу i ($x \leq i \leq n - x + 1$) порахуємо два значення:

- Мінімальна сума на відрізку довжини x , найправіший елемент якого має індекс $\leq i$. Позначимо її за $A_{i,x}$.
- Мінімальна сума на відрізку довжини x , лівіший елемент якого має індекс $\geq i$. Позначимо її за $B_{i,x}$.

Ці значення можна порахувати, наприклад, за допомогою префіксних та суфіксних мінімумів.

Тепер зафіксуємо індекс y ($x < y < n - x + 1$) — це буде один з елементів, що знаходиться між двома відрізками. Помітимо, що якщо у відповіді y знаходиться між двома частинами завіси, то ліву частину оптимально буде розмістити на такому відрізку лівіше y , що має мінімальну суму. Аналогічно розмістимо праву завісу. Сума елементів при оптимальному розміщенні лівої частини завіси буде дорівнювати $A_{y-1,x}$, а правої — $B_{y+1,x}$. Отже, для фіксованого y та фіксованого x , сума T дорівнюватиме $A_{y-1,x} + B_{y+1,x}$. Тепер залишилось перебрати x та y , і серед усіх таких варіантів обрати мінімальний.

Сумарний час роботи рішення — $O(n^2)$.