

## Задача А. Борги

Після того, як Боб віддасть борг, Аліса матиме  $a + b$  гривень.

Після того, як Світлана віддасть борг, Аліса матиме  $a + b + c$  гривень.

Після того, як Аліса віддасть борг Дмитру, вона матиме  $a + b + c - d$  гривень.

Тож відповіддю буде  $a + b + c - d$ .

## Задача В. Прямокутник

Можна побачити, що усі клітини, які не знаходяться на межі, можна представити у вигляді прямокутника  $(n - 2) \times (m - 2)$ . Тож відповіддю буде  $n \cdot m - (n - 2) \cdot (m - 2) = 2 \cdot (n + m) - 4$ .

## Задача С. Цукерки або життя

Автор, розробник, автор розбору: Ілля Пермяков

За два послідовні ходи (Аліса + Боб) — спочатку ходить Аліса, потім Боб — з мішка зникає 6 цукерок, з яких Боб отримує 3. Можна побачити, що якщо розбити усі ходи на такі пари, то в них врахуються усі ходи Боба. Таких пар буде  $\lfloor \frac{n}{6} \rfloor$ , отже кількість цукерок, які отримає Боб —  $\lfloor \frac{n}{6} \rfloor \cdot 3$ .

## Задача D. Матричка

Автор, розробник, автор розбору: Ілля Пермяков

Оскільки антидіагоналі у прямокутнику не перетинаються, то кожна клітина належить рівно одній антидіагоналі. Тому мінімальна кількість клітин, яку потрібно зафарбувати, дорівнює кількості антидіагоналей у прямокутнику:  $n + m - 1$ . Отже, відповідь існує, коли  $k \geq n + m - 1$ .

## Задача Е. Мрія

Автор, розробник, автор розбору: Ілля Пермяков

Через  $y$  років без продовження контракту Аліса матиме  $n + s \cdot y$  гривень. Якщо цих грошей достатньо для придбання сумки, то відповідь — 0.

Інакше, нехай Алісі потрібно відпрацювати ще  $k$  років. Тоді має виконуватись  $n + s \cdot (y + k) \geq x$ . Після перенесення:  $s \cdot k \geq x - (n + s \cdot y)$ . Отже, мінімальне значення  $k$  буде дорівнювати  $\lceil \frac{x - (n + s \cdot y)}{s} \rceil$ . Це значення і є відповіддю на задачу.

## Задача F. Конструктор

Автор, розробник, автор розбору: Ілля Пермяков

Оскільки перша цифра двозначного числа не може бути рівною нулю, а усього треба скласти два двозначні числа, то серед цих чотирьох цифр має бути принаймні 2 ненульові цифри. У цьому випадку переставимо цифри  $a, b, c, d$  таким чином, що  $a \leq b \leq c \leq d$ . Тоді завжди можна побудувати такі числа:  $c \cdot 10 + a, d \cdot 10 + b$ . В іншому випадку, за принципом Діріхле принаймні одна перша цифра буде нулем, і відповіді не існуватиме.

## Задача G. Таємниця

Автор, розробник, автор розбору: Ілля Пермяков

Побачимо, що суму усіх чисел в матриці можна виразити як  $r_1 + r_2$ , або  $c_1 + c_2$ . Якщо ці дві суми не збігаються, то відповіді не існує, в іншому випадку можна завжди побудувати відповідь наступним чином:

Нехай  $x = T_{1,1}$ . Тоді:

- $T_{1,2} = r_1 - x$ .
- $T_{2,1} = c_1 - x$ .
- $T_{2,2} = r_2 - T_{2,1} = r_2 - c_1 + x$ .

Для того щоб усі елементи були невід'ємними, має виконуватись наступне:

- $T_{1,1} \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$ .
- $T_{1,2} \geq 0 \Rightarrow r_1 - x \geq 0$ .
- $T_{2,1} \geq 0 \Rightarrow c_1 - x \geq 0$ .
- $T_{2,2} \geq 0 \Rightarrow r_2 - c_1 + x \geq 0$ .

Звідси видно, що для відновлення рішення, можна встановити  $x = \min(r_1, c_1, r_2 - c_1)$ , а потім, за допомогою  $x$ , відновити усі інші елементи матриці.

## Задача Н. Дивний сон

Автор, розробник, автор розбору: Ілля Пермяков

Нехай поточна координата —  $p$ , а поточний крок —  $i$ . Позначимо  $q = \lfloor \frac{p}{y_i} \rfloor$ . Тоді найближчі координати до  $p$  на числовій прямій, кратні  $y_i$  —  $q \cdot y_i$  зліва, та  $(q + 1) \cdot y_i$  справа. Щоб зрозуміти, у яку з цих двох координат йти, достатньо подивитись на відстань від цих позицій до  $p$ :

- Козак Вус опиниться у координаті  $q \cdot y_i$ , якщо  $p - q \cdot y_i \leq p - (q + 1) \cdot y_i$ .
- В іншому випадку, він опиниться у координаті  $(q + 1) \cdot y_i$ .

Для розв'язку задачі потрібно послідовно змінювати координату  $p$  за правилом вище, та виводити відповідь.